

数学(理系) 東北大学前期試験 2018 講評

あすなろ学院 数学科 (高校生部門)

【総評】

標準程度だった昨年と比較して大きく難化した。基本問題は[1]のみであり、[4]は特に難しい。昨年は2題の数え上げを強いられたために計算量が多かったが、今年は見えてしまえばゴールまでの道のりは長くない問題が多く、計算量自体は減少した。[1]を完答、[2]と[3]を5割程度、[5](1)と[6](1)をきちんと取る、ぐらいが目標ラインである。出題バランスはⅠAⅡBから4題、Ⅲから2題なので概ね例年通り。

[1] 2つの放物線の2交点を通る直線の通過領域 (数学Ⅰ・Ⅱ) やや易

2003年北海道大学で類問が出題されていて、この問題は様々な問題集に掲載されているため、既視感を覚えてしかるべき。通過領域を求める件も実数条件のみで処理できるので計算量が少なく平易。あすなろ学院高等部では何度となく扱ってきた題材であり、確実に完答したい。

[2] $1 \sim n$ から取り出した数の和に関する確率 (数学A・B) 標準

前期で n 絡みの確率が出題されるのは近年では珍しい。(1)の $p(n)$ は「ほとんど1を引かないといけない」とイメージできるかどうかの問題。2006年京都大学で類問が出題されており、その問題を「新高2 春期講習会」で扱っている。(2)では $n \times n$ の表を書いてみると分かりやすい。(3)もその延長だが、「2回目までの和」で場合を分ける考え方で差がつくだろう。 Σ で場合の数の和を取る問題は「高3後期 数学2次対策」で扱っている。

[3] 方程式の整数解 (数学A) 難

シンプルに見えて(1)が案外書きにくい。「 2^b が正だから 3^a は1より大きい」ということが見えれば突破できる。(2)は $b > 1$ を $b \geq 2$ と読み替えて、 2^b が4の倍数だと気付けば突破できるが、難しい。(3)は平易。

[4] 三角形の外接円と内接円の半径の比 三角関数 (数学Ⅰ・Ⅱ) 難

せっかく小問で区切られているのに(1)が最も難しい残酷な問題。結論ありきの証明問題なので、普通はやろうと思わない変形をすることになる。和積や積和の公式を自在に操れることが求められる。(3)ではうまい変形と持ち替えをすると1変数に落とし込めるが、なかなか気付かないだろう。1文字消去して2変数にしたあと、1文字固定して微分してもよい。現役生目線ではこちらのほうが現実的な解法だと思われる。

[5] 複素係数方程式の解の条件を満たす複素係数の可動域図示 (数学Ⅱ・Ⅲ) やや難

(1)は平易。(2)はどうして回転させなければならないのか分からずに手を動かすことになるが、結論(楕円)まで辿り着くと納得できる。「 z の絶対値が1」を「 $|z|=1$ 」ではなく「 $z = \cos\theta + i\sin\theta$ 」と表現するとゴールが見える。媒介変数を消去して軌跡を求めるという点では、実部と虚部を取り出した後は数学Ⅱの問題であるが、[4]に引き続きかなり重たい三角関数の変形を強いられる。

[6] 斜軸回転体の体積 (数学Ⅲ) やや難

(1)が何の誘導にもなっていないのが残酷。斜軸回転は「傘型分割」「複素数平面に置いて回転」「斜軸に座標を設定」などの解法があるが、誘導がないので自分で解法を選択し、自力で走りきらなければならない。現役生でこまのできる人は多くないだろう。

【学習対策】

2010年の悲劇を思い出させる壮絶なセットだった。Ⅲの十分な演習は当然重要だが、それだけでなく、ⅠAⅡBの範囲でも、2次試験で頻出の問題を十分演習しておく必要がある。しかし難しいとはいえ、出題頻度の低い発展的な知識を問うものではなく、基本的な知識を正しく運用することが求められる出題であるため、難問を多くこなすような学習ではなく、典型問題の解法の必然性を追求・理解していくような学習が不可欠だと言える。典型問題と言っても、教科書レベルの問題はひとつも存在しない。確率なら n 絡み、三角関数なら和積や積和によるうまい変形など、これまで以上に守備範囲を広げて対策を進める必要がある。高3の夏までに網羅系参考書をきちんと仕上げるのが難関大突破の必要条件である。