

数学(理系) 東北大学前期試験 2022 講評

あすなろ学院 紫竹隆志

【総評】

標準程度だった昨年と比較してやや難化した。見た瞬間に解法がわかるような典型問題はなく、どの問題も応用的・融合的な出題であった。特に②は難しく、時間内に完答できた受験生はほとんどいなかっただろう。計算量も多く、確かな腕力が無いと得点に結びつかない。しかし⑥以外は小問に区切られているので、「解けるところまで正確に解く」ことが合否の決め手となる。出題分野としては極限の問題が3題と数Ⅲ中心に見えるが、該当の大問を構成する大部分がⅠAⅡB内容であり、満遍なく基礎学力の定着をはかる試験であった。

① 不定方程式の整数解の個数 (数学A) 標準 ※文理共通問題

3つの正の奇数の和が奇数となる組合せの個数を考える問題。(1)の段階で「手で書きだすには多すぎるからうまい数え方があるはず」と決心することが大切。条件式を簡単にしてからは、重複組合せの考え方を採用できると早い。1文字固定しつつ Σ を取っても解けるが、こういった演習の経験がある現役生はあまり多くないだろう。

② 4次関数 (数学Ⅱ) 難

大変な難問である。(1)では「最小値が負」という条件を「最小値が存在し、負の部分が存在する」と読み替える必要がある。似たような問題を高3後期カリキュラムで扱った。(2)は $f(a_2) - f(a_1)$ を定積分と見て、1次導関数のグラフを考えるとなんとか解答できる。強引に処理するのは、制限時間を考えると困難。(3)は(1)(2)が誘導になっているものの、かなり難しい。

③ 数列の和の極限 (数学B・Ⅲ) 標準

(1)はシンプルな不等式の証明だが、真っ向勝負だと左側がやや大変か。真ん中の式の分子を有理化すると分子が x となることに気付くと見通しが良い。(2)も右側の区分求積はすぐに見えるが、左側は少々工夫が必要。1/4に収束してくれないと困るので、そうなるように持ち替えて計算可能な極限に帰着させるか、そもそも和算可能であることに気付けばそれに越したことは無い。似たような問題を高3後期で扱っている。

④ 外接する2円 (数学Ⅱ・Ⅲ) 標準

偶然だろうが、共通テストとよく似た設定の出題であった。円が絡む場合は方程式で強引に解くよりも幾何的に条件を俯瞰したほうが早いことがある。(1)は $\tan\theta$ の2倍角の公式を用いるのが最善手か。(2)は2円の外接なので中心と半径に注目。高3後期や2次対策講座で扱っている。(3)の極限はおまけ。約分するだけで不定形が解消できる。

⑤ 空間内の2直線に下ろした垂線 (数学Ⅲ) やや易

2直線上に交互に垂線を下ろしていき、その座標に関する漸化式を作成する。これも共通テストとよく似た設定だ。問題文の表記が見慣れないもので、面食らった受験生も少なくないだろうが、内容自体は至って平易。これは完答したい。

⑥ 円柱と球の共通部分 (数学Ⅲ) やや難

今年のセットで唯一小問による誘導が無い問題。球の半径で場合分けが必要だが、これ自体は見通しが良い。積分の方向も断面が円になるので一択。しかし、文字定数を含んだ煩雑な式のまま肅々と積分していくことになり、強い不安感を覚えただろう。

【学習対策】

旧帝大理系らしい難度であり、ⅠAⅡBⅢの全範囲について十分理解・演習しておく必要がある。着想や考察力が決め手になる問題は、日頃から式や値の意味を考えるようにしていなければ見えてこない。腕力が必要な問題は、模範解答を見てばかりの学習では解き切れるようにならない。総じて、「やや難しい問題に対して、じっくりと自分なりの考え方で答案を書き切る経験」を数多く積むことが大切である。そのためには、遅くとも高3の夏までには全範囲の典型問題・知識は網羅しておく必要がある。